

## AUTOREFERAT

### 1. Imię i nazwisko

Krzysztof Burnecki

### 2. Posiadane dyplomy, stopnie naukowe — z podaniem nazwy, miejsca i roku ich uzyskania oraz tytułu rozprawy doktorskiej

- Dyplom magistra inżyniera matematyki, specjalność informatyka matematyczna, Instytut Matematyki, Wydział Podstawowych Problemów Techniki, Politechnika Wrocławska, 12 lipca 1994 roku.
- Stopień doktora nauk matematycznych, Instytut Matematyki, Wydział Podstawowych Problemów Techniki, Politechnika Wrocławska, 19 stycznia 1999 roku, tytuł rozprawy: „Modele samopodobne w teorii ryzyka”.

### 3. Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych

1.10.1998–30.09.1999, asystent, Instytut Matematyki, Wydział Podstawowych Problemów Techniki, Politechnika Wrocławska

1.10.1999–obecnie, adiunkt, Instytut Matematyki, Wydział Podstawowych Problemów Techniki, Politechnika Wrocławska

### 4. Wskazanie osiągnięcia wynikającego z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. nr 65, poz. 595 ze zm.):

- a) monografia: K. Burnecki, Identification, validation and prediction of fractional dynamical systems, 2012, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, ISBN 978-83-7493-734-4,
- b) omówienie celu naukowego ww. pracy i osiągniętych wyników wraz z omówieniem ich ewentualnego wykorzystania.

Rozprawa stanowi syntezę wyników moich badań przeprowadzonych w latach 2005–2012. Zakres badań obejmował analizę modeli ułamkowej dynamiki i stworzenie narzędzi statystycznych do identyfikacji, walidacji oraz prognoz dla ułamkowych

systemów dynamicznych. Ponadto analizowałem zjawiska, które mogą być opisywane za pomocą ułamkowych modeli.

Ułamkowe systemy dynamiczne są związane z koncepcją równań ułamkowej dynamiki. Jest to bardzo aktualne pole badań w fizyce, matematyce, mechanice i ekonomii, które zajmują się badaniem obiektów i systemów opisanymi pochodnymi ułamkowych rzędów. Znane ułamkowe równanie Fokkera-Plancka opisujące anomalną dynamikę w obecności zewnętrznego potencjału  $V(x)$  opisane jest następujących równaniem:

$$\frac{\partial w(x, t)}{\partial t} = {}_0D_t^{1-\alpha} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \frac{V'(x)}{\eta} + K \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] w(x, t). \quad (1)$$

Równanie zostało wprowadzone w [57] wraz z rozwiązaniami dla szczególnych przypadków. Operator  ${}_0D_t^{1-\alpha}$ ,  $\alpha \in (0, 1)$  jest pochodną ułamkową typu Riemanna-Liouville'a [63]. Wiadomo jest, że  ${}_0D_t^{1-\alpha}$  wprowadza splot całkowy z wolno zanikającym jądrem potęgowych, które jest typowe dla efektów pamięci w systemach złożonych [65]. W równaniu (1)  $w(x, t)$  jest gęstością a symbol  $(')$  oznacza pochodną względem współrzędnych przestrzennych wiążąc siłę  $F(x)$  oraz potencjał  $V(x)$  za pomocą równania  $F(x) = -V'(x)$ . Stała  $K$  jest współczynnikiem anomalnej dyfuzji, a  $\eta$  jest uogólnionym współczynnikiem tarcia. Dla  $\alpha \rightarrow 1$ , równanie (1) staje się klasycznym równaniem Fokkera-Plancka. Ułamkowe równanie Fokkera-Plancka opisuje subdyfuzję i podlega uogólnionemu twierdzeniu fluktuacyjno-dysypacyjnemu [57].

Ułamkowe systemy pojawiają się obecnie w bardziej stosowanych dziedzinach. Na przykład termin „anomalna dyfuzja” otrzymuje corocznie około 11 tys. cytowań [51]. W ostatniej dekadzie koncepcje dynamiki fraktalnej oraz anomalnej dyfuzji stały się jednymi z najistotniejszych tematów badań fizyki statystycznej. Proces stochastyczny nazywamy procesem anomalnej dyfuzji, jeśli jego średniokwadratowe przemieszczenie (ang. mean-squared displacement – MSD) posiada własność:  $EX^2(t) \sim t^a$ , gdzie dla  $0 < a < 1$  obserwujemy subdyfuzję a dla  $a > 1$  superdyfuzję [57] (w przeciwieństwie do klasycznej brownowskiej dyfuzji, dla której  $a = 1$ ). Lista systemów fizycznych i biologicznych o charakterze anomalnym jest długa i różnorodna. Najważniejsze z nich to: ruch w komórkach biologicznych, transport ładunku w półprzewodnikach, struktury porowate i fraktalne, transport światła w specjalnych układach optycznych, kwantowe przestrzenie optyczne oraz turbulencja plazmowa [57]. W naukach technicznych, w których ułamkowa dynamika ma długą historię do opisu materiałów lepkosprężystych czy kontroli procesu, jest popularna jak nigdy [51]. Pochodne i całki ułamkowych rzędów są używane do opisu obiektów, które mogą być scharakteryzowane przez długą (potęgową) pamięć (zależności długoterminowe) czy samopodobieństwo.

Ostatnie lata charakteryzują się dużym zainteresowaniem procesami samopodobnymi i o własności długiej pamięci, w szczególności ułamkowym ruchem Browna (URB), ułamkowym ruchem stabilnym (URS) i szeregami czasowymi FARIMA (ang. Fractional AutoRegressive Integrated Moving Average) [64]. To zainteresowanie widoczne jest chociażby przez dużą liczbą publikacji, które mają któreś z tych pojęć w tytule: w dziedzinach takich jak finanse i ubezpieczenia [54, 58, 6, 53], ekonometria [61], telekomunikacja [3, 2, 72, 48, 68], hydrologia [59], klimatologia [70], lingwistyka [1], sekwencjonowanie DNA [49] czy medycyna [60]. Procesy samopodobne i o własności długiej pamięci pojawiają się także szeroko w biofizyce [69, 55, 31, 50, 7, 24] i

astronomii [12, 66]. Wymienione publikacje zawierają analizy wielu problemów z nimi związanych: detekcja własności długiej pamięci i samopodobieństwa, twierdzenia graniczne oraz symulacje procesów o tych własnościach.

W rozprawie zajmuję się tylko parametryczną identyfikacją systemów. Nieparametryczna identyfikacja nieliniowych systemów takich jak Hammersteina czy Wienera była już szczegółowo analizowana w literaturze, patrz np. [44].

Zjawiska analizowane w rozprawie wiążą się z projektem „Czujniki i sensory do pomiarów czynników stanowiących zagrożenia w środowisku – modelowanie i monitoring zagrożeń” (Umowa o dofinansowanie nr POIG.01.03.01-02-002/08-00 z dnia 15.12.2008), w którym uczestniczyłem w latach 2008-2012. Został on szczegółowo opisany w rozdziale 2 rozprawy. Umówione zostały tam także trzy problemy związane z ryzykiem środowiskowym. Pierwszy z nich dotyczy emisji pola elektromagnetycznego w pobliżu stacji nadawczych sieci komórkowych, które może mieć wpływ na jakość życia ludzi tam zamieszkałych. Drugi problem to wybuchy na Słońcu, które mogą zakłócać łączność satelitarną, działanie urządzeń GPS i sieci przesyłowych energii elektrycznej. Ostatni z nich dotyczy molekularnej biologii i modelowania ruchu cząsteczek mRNA w komórkach *E. Coli* oraz dynamiki telomerów w komórkach rakowych.

## Cel pracy

Jednym z kluczowych otwartych problemów w dziedzinie ułamkowej dynamiki jest identyfikacja typu dynamiki dla danych eksperymentalnych. Główne cele badawcze rozprawy brzmią następująco.

- (a) Czy istnieje uniwersalny model dla ułamkowych systemów dynamicznych?
- (b) Czy istnieją metody statystyczne, które umożliwiają identyfikację właściwego modelu dla ułamkowej dynamiki różnorodnych danych eksperymentalnych?
- (c) Czy można zbudować ściśle algorytmy do identyfikacji, walidacji i prognoz dla ułamkowych systemów dynamicznych?
- (d) Czy czynniki ryzyka mające wpływ na środowisko mogą być modelowane ułamkowymi systemami dynamicznymi?

Odpowiedzi na te pytania pozwolą na prognozowanie przyszłego zachowania się procesów ułamkowej dynamiki obserwowanych powszechnie w naukach technicznych i podstawowych. Jest to szczególnie ważne w kontekście telekomunikacji, nauk fizycznych i biologicznych. Właściwa weryfikacja typu ułamkowości wymaga dogłębnej wiedzy z zakresu teorii systemów ułamkowych połączonej z wiarygodną i praktyczną metodologią statystyczną. Tym aktualnym wyzwaniem nauk technicznych i podstawowych dnia dzisiejszego poświęcona jest rozprawa. W rozprawie rozważane są następujące trzy modele ułamkowej dynamiki: ułamkowy ruch Browna, ułamkowy ruch stabilnych oraz szeregi czasowe FARIMA.

## Proponowany uniwersalny model

Szeregi czasowe FARIMA to jedne z najpopularniejszych procesów o własności długiej pamięci (zależnościach długoterminowych). Procesy o takiej własności dobrze

opisują zjawiska, których obserwacje, chociaż oddalone od siebie w czasie, jednak nadal mają na siebie duży wpływ. Modele te wprowadzone zostały przez Grangera i Joyeux [43] oraz Hoskinga [45]. Obecnie wykorzystywane są w teorii przetwarzania sygnałów [39] oraz służą do opisu ruchu w sieciach informatycznych i teleinformatycznych [47, 37]. Mają również zastosowanie w ekonometrii i finansach [38, 42, 9], astronomii [66], hydrologii [52], przetwarzaniu obrazów [46], naukach o ziemi [4], medycynie [62] i biologii molekularnej [7, 24], a nawet stosowane są do modelowania zużycia energii w systemach zawieszonych samochodów [40].

Szeregi FARIMA są dyskretnym analogonem ułamkowego równania Langevina, które uwzględnia parametr pamięci  $d$ . Zawierają inne popularne modele ułamkowej dynamiki jak ułamkowy ruch Browna czy ułamkowy ruch stabilny, które są przypadkami granicznymi zagregowanego procesu FARIMA [67]. Procesy FARIMA z szumem stabilnym są asymptotycznie samopodobne z parametrem samopodobieństwa  $H = d + 1/\alpha$ . Ruch Browna i  $\alpha$ -stabilny ruch Lévy'ego odpowiadają w granicy szeregowi FARIMA(0, 0, 0) z odpowiednio gaussowskimi i stabilnymi szumami. Podobnie ułamkowy ruch Browna i stabilny odpowiadają szeregowi FARIMA(0,  $d$ , 0) z  $d = H - 1/\alpha$ . W przeciwieństwie jednak do URB i URS może on także opisywać różne rozkłady lekko i ciężko ogonowe oraz krótką (o charakterze wykładniczym) pamięć.

Szereg czasowy  $X_t$  jest modelem FARIMA( $p, d, q$ ) jeśli spełnia równanie:

$$\Phi_p(B)X_t = \Theta_q(B)(1 - B)^{-d}Z_t, \quad (2)$$

gdzie  $B$  jest operatorem przesunięcia, tj.  $B^j X_t = X_{t-j}$ ,  $j \in \mathbb{N}$ ,  $\Phi_p$  i  $\Theta_q$  to wielomiany postaci:

$$\begin{aligned} \Phi_p(z) &= 1 - \phi_1 z - \phi_2 z^2 - \dots - \phi_p z^p, \\ \Theta_q(z) &= 1 + \theta_1 z + \theta_2 z^2 + \dots + \theta_q z^q. \end{aligned}$$

Odpowiadają one odpowiednio częściom AR (ang. AutoRegressive) i MA (ang. Moving Average) modelu FARIMA. Wielomiany te nie mają wspólnych pierwiastków. Poza tym pierwiastki ich leżą poza domkniętym kołem jednostkowym. Zmienne losowe  $Z_t$ , nazywane innowacjami lub szumem, są stochastycznie niezależne i mają ten sam rozkład. Szum może być gaussowski lub inny ze skończoną wariancją, a także rozkładem o nieskończonej wariancji (np. rozkłady stabilne). Kiedy szum należy do obszaru przyciągania rozkładu  $\alpha$ -stabilnego to szereg FARIMA jest dobrze określony dla  $d < 1 - 1/\alpha$ . Nowością dla klasy szeregów FARIMA jest operator ułamkowego całkowania wraz z wykładnikiem  $d$ , tzw. parametrem pamięci. Operator  $(1 - B)^{-d}$  ma następujące nieskończone rozwinięcie w szereg potęgowy:

$$(1 - B)^{-d} = \sum_{j=0}^{\infty} b_j(d) B^j, \quad (3)$$

gdzie współczynniki  $b_j(d)$  zdefiniowane są jak w rozwinięciu Taylora funkcji  $f(z) = (1 - z)^{-d}$  i mogą być określone za pomocą funkcji gamma  $\Gamma$ :

$$b_j(d) = \frac{\Gamma(j + d)}{\Gamma(d)\Gamma(j + 1)}, \quad j = 0, 1, \dots \quad (4)$$

Liniowym i jednoznacznie wyznaczonym rozwiązaniem równania (2) definiujących model FARIMA jest szereg MA( $\infty$ ) postaci:

$$X_t = \sum_{j=0}^{\infty} c_j(d) Z_{t-j}, \quad (5)$$

gdzie współczynniki  $c_j(d)$  zdefiniowane są jak w szeregu:

$$\frac{\Theta_q(z)(1-z)^{-d}}{\Phi_p(z)} = \sum_{j=0}^{\infty} c_j(d) z^j, \quad |z| < 1.$$

## Osiągnięcia

Poniżej przedstawiam główne moje osiągnięcia opisane w rozprawie.

- (a) Pokazałem, że szeregi czasowe FARIMA są uniwersalnym modelem dla procesów ułamkowej dynamiki. Szeregi FARIMA są dyskretnym analogonem ułamkowego równania Langevina, które uwzględnia parametr pamięci  $d$ . Zawierają inne popularne modele ułamkowej dynamiki jak URB czy URS, które są przypadkami granicznymi zagregowanego procesu FARIMA [67]. W przeciwieństwie jednak do nich szereg FARIMMA może także opisywać różne rozkłady lekko i ciężko ogonowe oraz krótką (o charakterze wykładniczym) pamięć.
- (b) Pokazałem, że metody statystyczne w połączeniu z zaawansowaną analizą stochastyczną umożliwiają identyfikację właściwego modelu dla ułamkowej dynamiki różnorodnych danych eksperymentalnych. Pozwoli to na prognozowanie przyszłego zachowania się procesów ułamkowej dynamiki obserwowanych powszechnie w naukach technicznych i podstawowych. Ten problem jest ważny w szczególności w telekomunikacji, naukach fizycznych i biologicznych.
- (c) Wykorzystując zbudowaną statystyczną metodologię zaproponowałem ściśle algorytmy do identyfikacji, walidacji i prognoz dla ułamkowych systemów dynamicznych.
- (d) W części aplikacyjnej zastosowałem zaproponowane algorytmy do identyfikacji, walidacji i prognoz dla wybranych danych eksperymentalnych. Pokazałem, że różne czynniki ryzyka mające wpływ na środowisko mogą być modelowane ułamkowymi systemami dynamicznymi.
  - i. Pokazałem, że dane dotyczące natężenia pola elektromagnetycznego charakteryzują się długą pamięcią i mogą być modelowane szeregami FARIMA(2, 0.3, 3). Informacja o tym, że dane posiadają własność długoterminowych zależności jest ważna ponieważ pozwala lepiej opisać to zjawisko i konstruować dla niego dokładniejsze prognozy. To z punktu widzenia monitorowania zagrożeń związanych z emisją pola elektromagnetycznego wydaje się bardzo istotne.
  - ii. Analizowałem dane opisujące aktywność Słońca w postaci promieniowania rentgenowskiego zebrane przez geostacjonarne operacyjne satelity do badań środowiska (Geostationary Operational Environment Satellites – GOES) w latach 1974–2007. Pokazałem, że okresy wysokiej aktywności Słońca mogą być opisane szeregami FARIMA z szumem o rozkładzie Pareto.

Prognozy wybuchów na Słońcu, które mogą zakłócać łączność satelitar-  
ną, działanie urządzeń GPS i sieci przesyłowych energii elektrycznej mają  
duże znaczenie praktyczne.

- iii. Pokazałem, że szeregi FARIMA są uniwersalnym procesem do modelowa-  
nia różnych danych subdyfuzyjnych opisujących ruch pojedynczych czą-  
steczek w komórkach biologicznych (ang. Single Particle Tracking – SPT).  
W przypadku problemów biologicznych przeprowadzone badania przyczy-  
nią się do lepszego zrozumienia teoretycznych oraz praktycznych aspektów  
anomalnego transportu. Rezultaty teoretyczne pomagają w stworzeniu no-  
wych narzędzi służących do kontroli anomalnej dynamiki, podczas gdy  
część aplikacyjna projektu może pomóc odpowiedzieć na pytania o pocho-  
dzeniu anomalii obserwowanych w danych eksperymentalnych. Rozwiąza-  
nie powyżej wspomnianych problemów, które są aktualnie analizowane w  
wielu wiodących centrach naukowych (Cambridge, Heidelberg, Marseille-  
Luminy, MIT, Princeton, Tel Aviv, TU München), spotyka się już obecnie  
z zainteresowaniem w świecie nauki.

## Nowe narzędzia identyfikacji

W rozprawie zaproponowałem systematyczną metodologię jak zidentyfikować trzy  
procesy prowadzące do ułamkowej dynamiki, a mianowicie URB, URS oraz szeregi  
czasowe FARIMA. Metodologia oparta jest zarówno na znanych jak i nowych na-  
rzędziach statystycznych do identyfikacji i walidacji. Poniżej opisuję zaproponowane  
przez mnie w rozprawie nowe narzędzia statystyczne.

- (a) Algorytm do rozróżniania danych pochodzących z rozkładu gaussowskiego i  
rozkładu  $\alpha$ -stabilnego z  $\alpha$  bliską 2 (patrz podrozdział 3.6.3). Do tego celu wy-  
korzystano ideę zagregowanego czwartego momentu empirycznego oraz testów  
statystycznych Jarque’a-Bera i Andersona-Darlinga. Jakość działania algorytmu  
pokazana została dla danych wysymulowanych.
- (b) Rozszerzenie estymatora Whittle’a dla parametrów modelu FARIMA w przy-  
padku ujemnej pamięci i szumów należących do obszaru przyciągania rozkładu  
stabilnego. Zgodność estymatora została pokazana za pomocą symulacji Monte  
Carlo (podrozdział 4.3.1).
- (c) Procedura ułamkowego różnicowania szeregów FARIMA prowadząca do sze-  
regów ARMA i ułatwiająca estymację rzędu modelu FARIMA (podrozdział  
4.3.2).
- (d) Procedura statystyczna do walidacji dowolnych rozkładów za pomocą symu-  
lacyjnego wyliczania  $p$ -wartości dla testów Kołmogorowa-Smirnowa, Kuipera,  
Craméra-von Misesa i Andersona-Darlinga (patrz podrozdział 5.2).
- (e) Estymator parametru samopodobieństwa  $H$  oparty ma pojęciu  $p$ -wahania dla  
analizowanych modeli ułamkowej dynamiki (podrozdział 5.3.2). Udowodniłem  
postać  $p$ -wahania dla rozważanych procesów oraz pokazałem użyteczność esty-  
matora na danych wysymulowanych.
- (f) Algorytm BMW<sup>2</sup> do estymacji indeksu samopodobieństwa  $H$  i stabilności  $\alpha$   
(a tym samym parametru pamięci  $d$ ) przy użyciu losowych permutacji danych  
(podrozdział 5.3.3).

- (g) Estymator parametru pamięci  $d$  oparty na pojęciu próbkowego średniokwadratowego przemieszczenia (próbkowego MSD) dla analizowanych modeli ułamkowej dynamiki (podrozdział 5.4.3). Udowodniłem postać próbkowego MSD dla rozważanych procesów oraz pokazałem użyteczność estymatora na danych wysymulowanych.

Do identyfikacji i walidacji właściwego modelu ułamkowej dynamiki wykorzystywałem kombinację powyższych metod i klasycznych narzędzi takich jak funkcja autokorelacji, linie kwantylowe, testy na niezależność danych oraz znane estymatory parametru pamięci i indeksu samopodobieństwa. Większość z tych procedur została zaimplementowana w module Analizy, Symulacje i Prognozy (ASP), który powstał jako kamień milowy Zadania 10.1 w ramach projektu „Czujniki i sensory do pomiarów czynników stanowiących zagrożenia w środowisku – modelowanie i monitoring zagrożeń”.

## 5. Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo - badawczych (artystycznych)

### Czujniki i sensory

Bezpośrednim wynikiem mojego uczestnictwa w projekcie „Czujniki i sensory do pomiarów czynników stanowiących zagrożenia w środowisku – modelowanie i monitoring zagrożeń” (POIG.01.03.01-02-002/08-00) są prace: [8, 5, 27]. W pracy [8] analizowałem przydatność szeregów FARIMA do modelowania emisji pola elektromagnetycznego w pobliżu stacji bazowych UMTS. Wstępne wyniki pokazały ich dużą użyteczność. Szczegółowe analizy potwierdzające wstępną hipotezę przeprowadziłem w pracy [27]. W pracy [5] analizowałem metodę identyfikacji „prawdziwego” sygnału (odszumiania) w funkcji częstotliwości przy użyciu markowskich modeli zmieniających stany.

### Prace dla przemysłu i gospodarki

W zakresie współpracy z przemysłem byłem współautorem następujących prac: „Opracowanie strategii ubezpieczeniowej dla Polskich Sieci Energetycznych S.A.” (1995–1996), „Analiza ubezpieczeń Elektrowni Szczytowo-Pompowych S.A.” (1999–2000), „Opracowanie optymalnej strategii ubezpieczeniowej w oparciu o wyniki analizy awaryjności i szkodowości majątku produkcyjnego Elektrowni Szczytowo-Pompowych S.A.” (2000), „Zintegrowany system zarządzania ryzykiem w Elektrowni Opole S.A.” (2002-2003), „Weryfikacja algorytmów modułu zarządzania ryzykiem” (Transition Technologies S.A.) (2004-2005) oraz „Analiza czynników ryzyka oraz opracowanie założeń optymalnej struktury umożliwiającej efektywne zarządzanie ryzykiem w Holdingu BOT” (2005-2006). Ponadto w latach 2005-2012 byłem głównym wykonawcą rocznych raportów o stanie portfela ubezpieczeń oraz w latach 2006-2012 byłem głównym wykonawcą badań Quantitative Impact Study II–VI dla Towarzystwa Ubezpieczeń Wzajemnych "CUPRUM".

W 2006 roku byłem koordynatorem projektu „Analiza zmian w kategoriach: populacja, edukacja, rynek pracy oraz opracowanie modeli stochastycznych procesów

ewolucji potencjału ludzkiego w powiecie wrocławskim grodzkim i powiecie wrocławskim ziemskim w latach 2007-2013” podpisanego między Gminą Wrocław, Agencją Rozwoju Aglomeracji Wrocławskiej a Politechniką Wrocławską.

Wynikiem tych wszystkich prac są nieopublikowane raporty. Byłem także współautorem 10 artykułów w czasopiśmie o zasięgu krajowym, takich jak: Rynek Terminowy, Asekuracja & Re oraz Energetyka ([25]).

## Narzędzia statystyczne i algorytmy

W czasie mojej działalności badawczej konstruowałem narzędzia statystyczne, które miały służyć do identyfikacji, walidacji i prognoz dla ułamkowych systemów dynamicznych. Następnie konstruowałem algorytmy komputerowe wykorzystujące te narzędzia. W pracy [56] analizowałem co zwracają różne estymatory indeksu samopodobieństwa dla danych stabilnych i jak wykorzystując operację losowych permutacji można odróżnić ułamkowy ruch Browna (ułamkowy ruch stabilny) od standardowego ruchu Browna (ruchu stabilnego). W pracy [36] przedstawiłem narzędzia statystyczne oparte na algorytmie Expectation-Maximization (EM) do uzyskiwania informacji o pełnym rozkładzie obserwując dane obcięte od dołu. W pracy [55] analizowałem algorytm do identyfikacji rodzaju subdyfuzji oparty na pojęciu  $p$ -wahania. Uogólniłem go w pracy [31] dla przypadku stabilnego, gdzie także pokazałem, że próbkowe MSD zwraca ogólnie parametr pamięci  $d$ , a więc rodzaj dyfuzji jest kontrolowany przez pamięć procesu. W pracy [66] przedstawiłem algorytm estymacji i walidacji parametrów szeregu FARIMA oparty na estymatorach samopodobieństwa i pamięci. Szczegółową procedurę do identyfikacji i walidacji rozkładów probabilistycznych opisujących dane eksperymentalne zaproponowano w pracy [13]. W pracy [17] opisałem różne narzędzia statystyczne służące do identyfikacji i walidacji procesów subdyfuzji. Praca [14] poświęcona jest stworzeniu procedury do identyfikacji i walidacji ułamkowego ruchu Browna. W pracy [35] zaproponowałem algorytm do rozróżniania rozkładu gaussowskiego i stabilnego z parametrem stabilności bliskim 2 za pomocą próbkowego czwartego momentu oraz dwóch standardowych testów statystycznych. W pracy [26] analizowałem zgodność estymatora parametrów szeregu FARIMA, który zaproponowałem w [7] dla przypadku szumów stabilnych i ujemnego parametru pamięci. Algorytm ułamkowego różnicowania służący do zredukowania modelu FARIMA do modelu ARMA przedstawiłem w [27].

## Fizyka statystyczna

Moim następnym obszarem badawczym są zagadnienia fizyki statystycznej. Główne moje zainteresowanie stanowią zastosowania procesów stabilnych, w szczególności samopodobnych i o własności długiej pamięci, do modelowania różnorodnych danych fizycznych. W pracy [71] przedstawiłem ogólne reprezentacje całkowite procesów samopodobnych, ich rozbitcie na trzy rozłączne klasy oraz metody identyfikacji tych klas. W pracy [12] pokazałem, że dane o wybuchach na Słońcu mogą być modelowane ciągłym odpowiednikiem szeregów FARIMA, a mianowicie procesem CFARIMA z szumem należącym do obszaru przyciągania rozkładu stabilnego. Wiąże się to z pracą [29], gdzie przeprowadziłem analizę statystyczną danych o aktywności Słońca w okresach jego największej aktywności oraz pracą [66], gdzie dopasowałem szereg



FARIMA. W pracy [31] pokazałem, że procesy stabilne, a w szczególności ułamkowy ruch stabilny mogą służyć do opisu dynamiki subdyfuzyjnej. Ten wynik jest ważny ponieważ wcześniej w pracach fizycznych przedstawiano procesy stabilne tylko jako przykłady superdyfuzji. Pokazałem to badając statystykę próbkowego MSD dla ułamkowego ruchu stabilnego. W pracy tej wprowadziłem uogólniony test  $p$ -wahania do rozróżniania przypadku sub- i superdyfuzyjnego. W pracy [7] przeprowadziłem szczegółowe statystyczne analizy dopasowania szeregów czasowych FARIMA z szumem stabilnym do danych o ruchu cząsteczki mRNA w komórce *E. Coli*. Pokazałem, że jest to model zdecydowanie lepszy od gaussowskiego analizowanego do tej pory w literaturze. W pracy [17] opisałem różne narzędzia do identyfikacji i walidacji procesów sybdufuzyjnej dynamiki.

## Matematyka ubezpieczeniowa i inżynieria finansowa

Po doktoracie moje zainteresowania obejmowały głównie zagadnienia matematyki ubezpieczeniowej a także jej związku z matematyką finansową. W pracy [16] zajmowałem się identyfikacją i walidacją rozkładów do indeksów opisujących szkody związane z katastrofami naturalnymi publikowanych przez amerykańskie Property Claim Services. Tematykę szkód katastroficznych kontynuowałem w pracach [10, 15] w kontekście wyceny instrumentów finansowych związanych z ryzykiem katastrof naturalnych, a mianowicie obligacji katastroficznych (ang. CAT bonds). Ścisłe metody identyfikacji i walidacji rozkładów przy użyciu testów dopasowania przedstawiłem w [20, 13]. W pracy [36] uwzględniłem fakt, że dane szkodowe mają często obcięcie dolne co zaburza jakość wnioskowań statystycznych. Użyłem zaproponowanego algorytmu estymacji parametrów pełnego rozkładu do dokładniejszego wyliczania prawdopodobieństwa ruiny firmy ubezpieczeniowej. Prawdopodobieństwo ruiny w czasie skończonym i nieskończonym oraz jego aproksymacje były głównym tematem serii prac: [22, 23, 21, 30]. W pracach [22, 30] zawarłem cały katalog wyników dokładnych i aproksymacji wykorzystujących różne narzędzia, m.in. słabe zbieżności procesu ryzyka. Metodzie wzorcowej do wyliczania prawdopodobieństwa ruiny w nieskończonym czasie poświęcona była praca [23], natomiast w pracy [21] zaproponowałem nową metodę aproksymacji w nieskończonym czasie.

Prace [11, 32, 33, 34] poświęcone były modelowaniu procesu ryzyka i metodom jego symulowania przy uwzględnieniu różnych rozkładów szkód oraz procesów liczących. Praca [11] jest rozdziałem w przeglądowej Encyclopedia of Actuarial Science, jestem jednym z czterech Polaków, którzy znaleźli się w niej. W ostatniej z wymienionych prac przedstawiłem różne komputerowe metody wizualizacji procesu ryzyka [34].

Dwie prace z matematyki ubezpieczeniowej dotyczą ubezpieczeń życiowych. W pracach [18, 19] przedstawiono twierdzenia, których szczególne przypadki poprawiają poprzednie błędne wyniki uzyskane w literaturze dla wartości aktuarialnych rent życiowych z uwzględnieniem stochastycznych stóp procentowych.

W ostatniej z prac z tej dziedziny [9] pokazałem, że zwroty indeksu Hang Seng nie posiadają pamięci, nie mogą więc być modelowane szeregami FARIMA, co było wcześniej postulowane w literaturze.

## Biologia molekularna

Ostatnia seria prac: [7, 24, 14, 28], która ukazała się w najlepszych czasopismach fizycznych i biofizycznych poświęcona jest badaniu przydatności szeregów czasowych FARIMA do opisu danych biologicznych uzyskanych za pomocą eksperymentów umożliwiających śledzenie ruchu pojedynczych cząsteczek wewnątrz żywych komórek. W pracach [7, 24] szczegółowo analizowałem przykładowe trajektorie cząsteczek mRNA w komórkach *E. Coli*. W pracy [7] statystycznie pokazałem, że jej ruch może być modelowany szeregami FARIMA ze stabilnym szumem. W pracy [24] analizowałem zapis video, który po zastosowaniu metod przetwarzania obrazów dał trajektorie, które mogą być opisane szeregiem FARIMA z szumem o rozkładzie normalnym odwrotnym gaussowskim. Natomiast w pracy [14] analizowałem dane o ruchu telomerów w komórkach rakowych. Zaproponowano w niej algorytm do identyfikacji i walidacji ułamkowego ruchu Browna. Natomiast w pracy [28] na podstawie wielu trajektorii z wyżej wymienionych eksperymentów biologicznych analizowałem tezę o uniwersalności modelu FARIMA dla danych biologicznych. Została ona potwierdzona za pomocą stworzonej przeze mnie procedury do identyfikacji i walidacji szeregów FARIMA.

## Literatura

- [1] E. Alvarez-Lacalle, B. Dorow, J.-P. Eckmann, E. Moses. Hierarchical structures induce long-range dynamical correlations in written texts. *PNAS*, 103:7956–7961, 2006.
- [2] R. T. Baillie. Long memory processes and fractional integration in econometrics. *Journal of Econometrics*, 73:5–59, 1996.
- [3] J. Beran, R. Sherman, M. Taquq, W. Willinger. Long-range dependence in variable-bit-rate video traffic. *IEEE Trans. Commun.*, 43:1566–1579, 1995.
- [4] M. Bertacca, F. Berizzi, E. Mese. A FARIMA-based technique for oil slick and low-wind areas discrimination in sea sar imagery. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 43:2484–2293, 2002.
- [5] P. Bieńkowski, K. Burnecki, J. Janczura, R. Weron, B. Zubrzak. A new method for automated noise cancellation in electromagnetic field measurement. *JEMWA*, 26:1226–1236, 2012.
- [6] K. Burnecki. Self-similar processes as weak limits of a risk reserve process. *Probab. Math. Statist.*, 20:261–272, 2000.
- [7] K. Burnecki. FARIMA processes with application to biophysical data. *J. Stat. Mech.*, 2012. P05015.
- [8] K. Burnecki, J. Gajda, G. Sikora. Modelowanie danych o natężeniu pola elektromagnetycznego szeregami FARIMA. W: W. Grzebyk, edytor, *Czujniki i sensory do pomiarów czynników stanowiących zagrożenia w środowisku: monografia projektu POIG.01.03.01-02-002/08*, s. 375–386. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 2011.
- [9] K. Burnecki, J. Gajda, G. Sikora. Stability and lack of memory of the returns of the Hang Seng index. *Phys. A*, 390:3136–3146, 2011.
- [10] K. Burnecki, G. Kukła. Pricing of zero-coupon and coupon CAT bonds. *Appl. Math. (Warsaw)*, 30:315–324, 2003.

- [11] K. Burnecki, W. Härdle, R. Weron. Simulation of risk processes. W: J. L. Teugels, B. Sundt, edytorzy, *Encyclopedia of Actuarial Science*, s. 1564–1570. Wiley, Chichester, 2004.
- [12] K. Burnecki, J. Klafter, M. Magdziarz, A. Weron. From solar flare time series to fractional dynamics. *Phys. A*, 387:1077–1087, 2008.
- [13] K. Burnecki, J. Janczura, R. Weron. Building loss models. W: P. Čížek, W. Härdle, R. Weron, edytorzy, *Statistical Tools for Finance and Insurance. 2nd Ed.*, s. 293–328. Springer, Berlin, 2011.
- [14] K. Burnecki, E. Kepten, J. Janczura, I. Bronshtein, Y. Garini, A. Weron. Universal algorithm for identification of fractional Brownian motion. A case of telomere subdiffusion. *Biophys. J.*, 103:1839–1847, 2012.
- [15] K. Burnecki, G. Kukla, D. Taylor. Pricing of catastrophe bonds. W: P. Čížek, W. Härdle, R. Weron, edytorzy, *Statistical Tools for Finance and Insurance*, s. 93–114. Springer, Berlin, 2005.
- [16] K. Burnecki, G. Kukla, R. Weron. Property insurance loss distributions. *Phys. A*, 287:269–278, 2000.
- [17] K. Burnecki, M. Magdziarz, A. Weron. Identification and validation of fractional subdiffusion dynamics. W: J. Klafter, S. Lim, R. Metzler, edytorzy, *Fractional Dynamics*, s. 331–352. World Scientific, Singapore, 2012.
- [18] K. Burnecki, A. Marciniuk, A. Weron. Annuities under random rates of interest – revisited. *Insurance Math. Econom.*, 32:457–460, 2003.
- [19] K. Burnecki, A. Marciniuk, A. Weron. On annuities under random rates of interest with payments varying in arithmetic and geometric progression. *Probab. Math. Statist.*, 24:1–15, 2004.
- [20] K. Burnecki, A. Misiorek, R. Weron. Loss distributions. W: P. Čížek, W. Härdle, R. Weron, edytorzy, *Statistical Tools for Finance and Insurance*, s. 289–317. Springer, Berlin, 2005.
- [21] K. Burnecki, P. Mišta, A. Weron. A new gamma type approximation of the ruin probability. *Acta Phys. Polon. B*, 36:1473–1483, 2005.
- [22] K. Burnecki, P. Mišta, A. Weron. Ruin probabilities in finite and infinite time. W: P. Čížek, W. Härdle, R. Weron, edytorzy, *Statistical Tools for Finance and Insurance*, s. 341–379. Springer, Berlin, 2005.
- [23] K. Burnecki, P. Mišta, A. Weron. What is the best approximation of ruin probability in infinite time? *Appl. Math. (Warsaw)*, 32:155–176, 2005.
- [24] K. Burnecki, M. Muszkietka, G. Sikora, A. Weron. Statistical modelling of subdiffusive dynamics in the cytoplasm of living cells: A FARIMA approach. *EPL*, 98:10004, 2012.
- [25] K. Burnecki, J. Nowicka-Zagrajek, A. Weron. Metoda pomiaru ryzyka (wartości zagrożonej – VaR) na rynku energii elektrycznej. *Energetyka*, 12:743–747, 2001.
- [26] K. Burnecki, G. Sikora. Estimation of FARIMA parameters in the case of negative memory and stable noise. *IEEE Trans. Signal Process.*, w druku, DOI: 10.1109/TSP.2013.2253773.
- [27] K. Burnecki, G. Sikora. FARIMA time series in modeling of UMTS data. W przygotowaniu.
- [28] K. Burnecki, G. Sikora, A. Weron. Fractional process as a unified model for subdiffusive dynamics in experimental data. *Phys. Rev. E*, 86:041912, 2012.

- [29] K. Burnecki, A. Stanislavsky, K. Weron. Statistical analysis of the maximum energy in solar X-ray flare activity. *Acta Phys. Polon. B*, 40:1303–1313, 2009.
- [30] K. Burnecki, M. Teuerle. Ruin probability in finite time. W: P. Čížek, W. Härdle, R. Weron, edytorzy, *Statistical Tools for Finance and Insurance. 2nd Ed.*, s. 329–348. Springer, Berlin, 2011.
- [31] K. Burnecki, A. Weron. Fractional Lévy stable motion can model subdiffusive dynamics. *Phys. Rev. E*, 82:021130, 2010.
- [32] K. Burnecki, R. Weron. Modeling the risk process in the XploRe computing environment. W: M. Bubak i in., edytorzy, *Computational science - ICCS 2004. 4th International conference. Proceedings*, s. 868–875. Springer, Berlin, 2004.
- [33] K. Burnecki, R. Weron. Modeling of the risk process. W: P. Čížek, W. Härdle, R. Weron, edytorzy, *Statistical Tools for Finance and Insurance*, s. 319–339. Springer, Berlin, 2005.
- [34] K. Burnecki, R. Weron. Visualization tools for insurance risk processes. W: C.-h. Chen, W. Hardle, A. Unwin, edytorzy, *Handbook of data visualization*, s. 899–920. Springer, Berlin, 2008.
- [35] K. Burnecki, A. Wyłomańska, A. Beletskii, V. Gonchar, A. Chechkin. Recognition of stable distribution with Lévy index  $\alpha$  close to 2. *Phys. Rev. E*, 85:056711, 2012.
- [36] A. Chernobai, K. Burnecki, S. Rachev, S. Trück, R. Weron. Modelling catastrophe claims with left-truncated severity distributions. *Comput. Statist.*, 21:537–555, 2006.
- [37] M. Coulon, M. Chabert, A. Swami. Detection of multiple changes in fractional integrated ARMA processes. *IEEE Trans. Signal Process.*, 57:48–61, 2009.
- [38] N. Crato, P. Rothman. Fractional integration analysis of long-run behaviour for US macroeconomic time series. *Econom. Lett.*, 45:287–291, 1994.
- [39] M. Deriche, A. Tewfik. Signal modeling with filtered discrete fractional noise processes. *IEEE Trans. Signal Process.*, 41:2839–2849, 1993.
- [40] G. Fouskitakis, S. Fassois. Pseudolinear estimation of fractionally integrated ARMA (ARFIMA) models with automotive application. *IEEE Trans. Signal Process.*, 47:3365–3380, 1999.
- [41] C. Fritsch, J. Langowski. Kinetic lattice Monte Carlo simulation of viscoelastic subdiffusion. *J. Chem. Phys.*, 137:064114, 2012.
- [42] L. Gill-Alana. A fractionally integrated model for the Spanish real GDP. *Economics Bulletin*, 3:1–6, 2004.
- [43] C. W. J. Granger, R. Joyeux. An introduction to long-memory time series models and fractional differencing. *J. Time Ser. Anal.*, 1:15–29, 1980.
- [44] W. Greblicki, M. Pawlak. *Nonparametric System Identification*. Cambridge University Press, 2008.
- [45] J. R. M. Hosking. Fractional differencing. *Biometrika*, 68:165–176, 1981.
- [46] J. Ilow, H. Leung. Self-similar texture modeling using FARIMA processes with applications to satellite images. *IEEE Trans. Signal Process.*, 10:792–797, 2001.
- [47] R. Jana, S. Dey. Change detection in teletraffic models. *IEEE Trans. Signal Process.*, 48:846–853, 2000.
- [48] T. Karagiannis, M. Molle, M. Faloutsos. Long-range dependence ten years of internet traffic modeling. *IEEE Internet Computing*, 8:57–64, 2004.

- [49] D. Karmeshu, A. Krishnamachari. Sequence variability and long-range dependence in DNA: An information theoretic perspective. W: N. Pal i in., edytorzy, *Neural Information Processing*, s. 1354–1361. Springer, Berlin, 2004.
- [50] E. Kepten, I. Bronshtein, Y. Garini. Ergodicity convergence test suggests telomere motion obeys fractional dynamics. *Phys. Rev. E*, 83:041919, 2011.
- [51] J. Klafter, S. Lim, R. Metzler, edytorzy. *Identification and validation of fractional subdiffusion dynamics*. World Scientific, Singapore, 2012.
- [52] K. Kyungduk. Bayesian wavelet-based methods for the detection of multiple changes of the long memory parameter. *IEEE Trans. Signal Process.*, 54:4461–4470, 2006.
- [53] A. W. Lo. Fat tails, long memory, and the stock market since the 1960s. *Economic Notes*, 26:219–252, 2001.
- [54] A. W. Lou. Long-term memory in stock market prices. *Econometrica*, 59:1279–1313, 1991.
- [55] M. Magdziarz, A. Weron, K. Burnecki, J. Klafter. Fractional Brownian motion versus the continuous-time random walk: A simple test for subdiffusive dynamics. *Phys Rev. Lett.*, 103:180602, 2009.
- [56] S. Mercik, K. Weron, K. Burnecki, A. Weron. Enigma of self-similarity of fractional Lévy stable motions. *Acta Phys. Polon. B*, 34:3773–3793, 2003.
- [57] R. Metzler, J. Klafter. The random walk’s guide to anomalous diffusion: A fractional dynamics approach. *Phys. Rep.*, 339:1–77, 2000.
- [58] Z. Michna. Self-similar processes in collective risk theory. *J. Appl. Math. Stochastic Anal.*, 11:429–448, 1998.
- [59] S. Painter. Long-range dependence in the subsurface: Empirical evidence and simulation methods, 1998. Invited paper at the American Geophysical Union 1998 Fall Meeting.
- [60] C.-K. Peng, J. Mietus, J. Hausdorff, S. Havlin, H. Stanley, A. Goldberger. Long-range anticorrelations and non-Gaussian behavior of the heartbeat. *Phys. Rev. Lett.*, 70:1343–1346, 1993.
- [61] P. M. Robinson, edytor. *Time Series with Long Memory*. Oxford University Press, 2003.
- [62] A. M. Sabatini. A statistical mechanical analysis of postural sway using non-Gaussian FARIMA stochastic models. *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, 47:1219–1227, 2000.
- [63] S. Samko, A. Kilbas, D. Marichev. *Integrals and Derivatives of the Fractional Order and Some of Their Applications*. Gordon and Breach Science Publishers, Amsterdam, 1993.
- [64] G. Samorodnitsky. Long range dependence. *Found. Trends Stoch. Syst.*, 1:163–257, 2006.
- [65] A. Stanislavsky. Memory effects and macroscopic manifestation of randomness. *Phys. Rev. E*, 61:4752–4759, 2000.
- [66] A. Stanislavsky, K. Burnecki, M. Magdziarz, A. Weron, K. Weron. FARIMA modeling of solar flare activity from empirical time series of soft X-ray solar emission. *Astrophys. J.*, 693:1877–1882, 2009.
- [67] S. Stoev, M. S. Taqqu. Simulation methods for linear fractional stable motion and FARIMA using the fast Fourier transform. *Fractals*, 12:95–121, 2004.
- [68] S. A. Stoev, G. Michailidis, M. S. Taqqu. Estimating heavy-tail exponents through max self-similarity. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 57:1651–1636, 2011.

- [69] J. Szymanski, M. Weiss. Elucidating the origin of anomalous diffusion in crowded fluids. *Phys. Rev. Lett.*, 103:038102, 2009.
- [70] C. Varotsos, D. Kirk-Davidoff. Long-memory processes in ozone and temperature variations at the region 60° S—60° N. *Atmos. Chem. Phys.*, 6:4096–4100, 2006.
- [71] A. Weron, K. Burnecki, S. Mercik, K. Weron. Complete description of all self-similar models driven by Lévy stable noise. *Phys. Rev. E*, 71:016113, 2005.
- [72] W. Willinger, M. Taqqu, R. Sherman, D. Wilson. Self-similarity through high-variability: statistical analysis of Ethernet LAN traffic at the source level. *IEEE/ACM Trans. Net.*, 5:71–96, 1997.

K. Burnecki